

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

## 1. Цель освоения дисциплины

Формирование универсальных и профессиональных компетенций у обучающихся, готовности к использованию систематизированных знаний по математической логике и теории алгоритмов при решении задач профессиональной деятельности учителя математики.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» относится к базовой части блока дисциплин.

Для освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» обучающиеся используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Алгебра», «Геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Информационные системы», «Математический анализ», «Методика обучения математике», «Методы исследовательской / проектной деятельности», «Методы математической обработки данных», «Программирование», «Программное обеспечение систем и сетей», «Теория игр и исследование операций», «Теория функций комплексного переменного», «Технологии цифрового образования», «Философия», «Числовые системы», «Вводный курс математики», «Образовательная робототехника», прохождения практик «Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) практика», «Учебная (ознакомительная по математике) практика», «Учебная (ознакомительная по элементарной математике) практика».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Архитектура компьютера», «Веб-технологии», «Дискретная математика», «Информационная безопасность и защита информации», «Информационные системы», «Компьютерное моделирование», «Методика обучения математике», «Практикум по решению предметных задач», «Теоретические основы информатики», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория функций действительного переменного», «Теория чисел», «Технологии искусственного интеллекта», «Численные методы», «Элементарная математика», «3D-моделирование и печать», «Компьютерная алгебра», «Компьютерные сети», «Методика использования интерактивных средств при обучении математике», «Перспективные направления искусственного интеллекта», «Перспективные направления компьютерного моделирования», «Практикум решения школьных математических задач», «Цифровая дидактика математического образования», прохождения практик «Производственная (научно-исследовательская работа) практика», «Производственная (педагогическая по информатике) практика», «Учебная (ознакомительная по информатике) практика».

## 3. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

- способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);
- способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач (ПК-1).

**В результате изучения дисциплины обучающийся должен:**

**знать**

- основные законы логической равносильности, методы распознавания тождественно истинных формул и равносильных формул, компоненты и основные свойства исчисления

высказываний;

- методы критического анализа и синтеза информации;
- основные свойства исчисления предикатов;
- роль и место математики в общей картине научного знания;
- важнейшие свойства алгоритмов в математике, математические уточнения понятия алгоритма и вычислимой функции;
- структуру, состав и дидактические единицы предметной области;

#### **уметь**

- распознавать тождественно истинные формулы языка логики высказываний; доказывать равносильность формул логики высказываний;
- применять системный подход для решения поставленных задач;
- решать типовые задачи в области формальных систем;
- осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с современными требованиями к образованию;
- решать типовые задачи по теории рекурсивных функций; решать типовые задачи на операции с машинами Тьюринга; решать типовые задачи на рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества;
- осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО;

#### **владеть**

- навыками равносильных преобразований логических формул; методами распознавания тождественно истинных формул и равносильных формул;
- навыками рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности;
- навыком применения средства языка логики предикатов для записи математических предложений;
- навыком применения различных методов, приемов и технологий в обучении математике;
- опытом построения алгоритмов Тьюринга, вычисляющим простейшие арифметические функции;
- навыками разработки различных форм учебных занятий, применения методов, приемов и технологий обучения, в том числе информационных.

### **4. Общая трудоёмкость дисциплины и её распределение**

количество зачётных единиц – 4,

общая трудоёмкость дисциплины в часах – 144 ч. (в т.ч. аудиторных часов – 24 ч., СРС – 116 ч.),

распределение по семестрам – 4 курс, зима, 4 курс, лето,

форма и место отчётности – зачёт (4 курс, лето).

### **5. Краткое содержание дисциплины**

Логика высказываний.

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Классификация формул логики высказываний. Тавтологии. Равносильность формул алгебры высказываний. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Закон двойственности. Совершенные нормальные формы. Алфавит, система аксиом, правило вывода в исчислении высказываний. Теорема о дедукции в исчислении высказываний. Лемма о выводимости. Полнота исчисления высказываний в широком смысле. Непротиворечивость исчисления высказываний. Полнота исчисления высказываний в узком смысле. Независимость системы аксиом исчисления высказываний.

Логика предикатов.

Логика предикатов.  $n$ -местный предикат. Область истинности предиката. Логические операции над предикатами. Кванторы. Формулы логики предикатов. Обобщенные законы де Моргана. Предваренная нормальная форма формул логики предикатов. Проблема разрешимости в логике предикатов (Теорема Черча). Теоремы: прямая, обратная, противоположная, обратная к противоположной. Методы доказательства теорем. Алфавит. Термы. Формулы Связанные и свободные переменные исчисления предикатов. Аксиомы логические и специальные. Языки первого порядка. Теорема о дедукции в исчислении предикатов. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов в широком смысле без специальных аксиом. Теорема Геделя. Отсутствие полноты исчислений высказываний в узком смысле в исчислении предикатов.

Понятие алгоритма. Оценка эффективности алгоритма. Алгоритмы сортировки и поиска. Теория вычислимости. NP-полные проблемы. Интуитивное понятие алгоритма. Формализация понятия «алгоритм». Элементарный шаг. Временная трудоемкость и ее асимптотический порядок. Оценка трудоемкости. Емкостная сложность. Алгоритмы сортировки и поиска. Внутренняя и внешняя сортировка. Алгоритмы сортировки. Бинарный поиск. Бинарный поиск по ответу. Поиск минимума в скользящем окне. Теория вычислимости. Понятие вычислимой функции. Рекурсивно-вычислимые функции. Разрешимые и перечислимые множества. Тезис Чёрча. Машины с неограниченными регистрами. Понятие программы. Нумерация программ и вычислимых функций. Диагональный метод. Теорема о параметризации. Существование универсальной программы. Пример невычислимой функции. Примеры алгоритмически-неразрешимых проблем. Теорема о неподвижной точке. Понятие машины Тьюринга. Машины Поста. Нормальные алгоритмы Маркова. NP-полные проблемы. Формальные грамматики. Языки, иерархия языков по Хомскому. Языки и проблемы. Понятие NP-полноты.

## **6. Разработчик**

Щучкин Николай Алексеевич, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики и физики ФГБОУ ВО «ВГСПУ»,  
Кусов Владимир Михайлович, старший преподаватель кафедры высшей математики и физики ФГБОУ ВО «ВГСПУ».