

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный социально-педагогический университет»  
Факультет математики, информатики и физики  
Кафедра высшей математики и физики

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе

Ю. А. Жадаев

« 10 » 2022 г.



## Компьютерная алгебра

Программа учебной дисциплины

Направление 44.03.05 «Педагогическое образование

(с двумя профилями подготовки)»

Профили «Математика», «Информатика»

*очная форма обучения*

Волгоград  
2022

Обсуждена на заседании кафедры высшей математики и физики  
« 22 » апреля 2022 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Глазов С.Ю. « 22 » апреля 2022 г.  
(подпись) (зав. кафедрой) (дата)

Рассмотрена и одобрена на заседании учёного совета факультета математики, информатики и физики « 13 » мая 2022 г., протокол № 10

Председатель учёного совета О.С. Харламов \_\_\_\_\_ « 13 » мая 2022 г.  
(подпись) (дата)

Утверждена на заседании учёного совета ФГБОУ ВО «ВГСПУ»  
« 30 » мая 2022 г., протокол № 13

#### Отметки о внесении изменений в программу:

Лист изменений № _____	_____	_____	_____
	(подпись)	(руководитель ОПОП)	(дата)
Лист изменений № _____	_____	_____	_____
	(подпись)	(руководитель ОПОП)	(дата)
Лист изменений № _____	_____	_____	_____
	(подпись)	(руководитель ОПОП)	(дата)

#### Разработчики:

Лецко Владимир Александрович, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и физики ФГБОУ ВО "ВГСПУ",  
Астахова Наталья Александровна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и физики ФГБОУ ВО «ВГСПУ».

Программа дисциплины соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (утверждён приказом Министерства образования и науки РФ от 22 февраля 2018 г. N 125) и базовому учебному плану по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» (профили «Математика», «Информатика»), утверждённому Учёным советом ФГБОУ ВО «ВГСПУ» (от 30 мая 2022 г., протокол № 13).

## **1. Цель освоения дисциплины**

Формирование универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций у обучающихся, готовности к использованию систематизированных знаний в области абстрактной и компьютерной алгебры при решении задач профессиональной деятельности учителя математики.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Компьютерная алгебра» относится к вариативной части блока дисциплин.

Для освоения дисциплины «Компьютерная алгебра» обучающиеся используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Алгебра», «Архитектура компьютера», «Веб-технологии», «Геометрия», «Дискретная математика», «Дискретные модели в информатике», «Информационные системы», «Математическая логика», «Математические основы информатики», «Математический анализ», «Методика обучения информатике», «Методика обучения математике», «Методы исследовательской / проектной деятельности», «Методы математической обработки данных», «Педагогика», «Практикум по решению предметных задач», «Программирование», «Программное обеспечение систем и сетей», «Психология», «Психолого-педагогические основы обучения математике», «Теоретические основы информатики», «Теория алгоритмов», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория чисел», «Технологии цифрового образования», «Философия», «Числовые системы», «Элементарная математика», «3D-моделирование и печать», «Вариативные методические системы обучения математике», «Вводный курс математики», «Дифференциальные уравнения», «Образовательная робототехника», прохождения практик «Производственная (педагогическая по математике) практика», «Производственная (педагогическая) практика», «Учебная (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы) практика», «Учебная (ознакомительная по информатике) практика», «Учебная (ознакомительная по математике) практика», «Учебная (ознакомительная по элементарной математике) практика», «Учебная (технологическая по педагогике) практика», «Учебная (технологическая по психологии) практика».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Информационная безопасность и защита информации», «Администрирование компьютерных систем», «Перспективные направления искусственного интеллекта», «Перспективные направления компьютерного моделирования», «Соревнования по образовательной робототехнике», «Специализированные математические пакеты», «Электронные образовательные ресурсы в обучении информатике», прохождения практики «Производственная (научно-исследовательская работа) практика».

## **3. Планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

– способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

– способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач (ПК-1);

– способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов (ПК-3).

**В результате изучения дисциплины обучающийся должен:**

***знать***

- способы представления на компьютере классических алгебраических структур, границы применимости символьных вычислений на компьютере;
- основные методы и алгоритмы компьютерной алгебры;
- базовые методы перечисления конечных алгебраических объектов;
- строение конечных полей;
- свойства конечных полей, позволяющие осуществить эффективную факторизацию полиномов над ними;

***уметь***

- решать с использованием математических пакетов базовые задачи, относящиеся к компьютерной алгебре;
- применять основные алгоритмы, реализованные в системе компьютерной алгебры, для решения задач теории чисел;
- решать типовые задачи на разбиение множества равномошных конечных алгебраических объектов с одинаковой сигнатурой на классы изоморфных;
- представлять конечные поля на компьютере;
- реализовывать алгоритм Берлекэмпса;

***владеть***

- представлением о связи абстрактной алгебры и символьных вычислений на компьютере;
- приемами использования системы компьютерной алгебры для решения задач теории чисел;
- приемами реализации базовых алгоритмов на графах;
- методами вычислений в конечных полях на компьютере;
- приемами оценки вычислительной сложности задач факторизации полинома над тем или иным конечным полем.

**4. Объём дисциплины и виды учебной работы**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		9
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	28	28
В том числе:		
Лекции (Л)	14	14
Практические занятия (ПЗ)	14	14
Лабораторные работы (ЛР)	–	–
<b>Самостоятельная работа</b>	40	40
<b>Контроль</b>	4	4
Вид промежуточной аттестации		ЗЧ
Общая трудоемкость	часы	72
	зачётные единицы	2

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Символьные вычисления на компьютере	Символьные вычисления на компьютере. Предмет компьютерной алгебры. Проблемы разбухания данных. Алгоритмическая неразрешимость проблемы тождества слов в основных алгебраических структурах и ее влияние на развитие компьютерной алгебры. Основные формы и представления алгебраических объектов и выражений на компьютере.
2	Арифметика целых чисел на компьютере	Сравнение, сложение, вычитание и умножение целых чисел в компьютерной алгебре. Деление с остатком. Возведение в степень по модулю, числа Кармайкла. Бинарный алгоритм и алгоритм Евклида. Сильный тест проверки на псевдопростоту Рабина-Миллера. Детерминированные тесты. Простые числа Мерсенна. Тест Люка-Лемера и проект GIMPS. Классические и современные алгоритмы факторизации натуральных чисел: метод Ферма; метод Моррисона-Бриллхарта; метод квадратичного решета. Проблема надежности RSA-шифрования с открытым ключом.
3	Работа с конечными алгебраическими структурами	Особенности работы с конечными алгебраическими структурами на компьютере. Работа с группами подстановок: перевод подстановки, заданной второй строкой двухстрочной записи, в цикловую форму, и обратное построение подгруппы группы подстановок с заданным множеством образующих. Алгоритмы на графах. Перечисление всех квазигрупп (луп) фиксированного порядка с точностью до изоморфизма. Проверка выполнимости тождеств и квазитожеств в конечных алгебраических структурах.
4	Конечные поля	Существование простого подполя. Теорема существования и единственности для конечных полей. Структура подполей конечного поля. Строение мультипликативной группы конечного поля. Конечное поле как простое алгебраическое расширение простого конечного поля. Представление конечных полей на компьютере. Конечное поле как множество всех корней всех неприводимых над любым подполем полиномов, степени которых делят степень расширения исходного поля над данным подполем.
5	Факторизация многочленов над конечными полями	Отделение кратных корней многочленов над конечными полями. Теоретические основы алгоритма Берлекэмпа. Реализация алгоритма Берлекэмпа. Случай полей большой характеристики.

## 5.2. Количество часов и виды учебных занятий по разделам дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1	Символьные вычисления на компьютере	2	2	–	4	8
2	Арифметика целых чисел на компьютере	4	4	–	14	22
3	Работа с конечными алгебраическими структурами	2	2	–	6	10
4	Конечные поля	4	4	–	10	18
5	Факторизация многочленов над конечными полями	2	2	–	6	10

## 6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

### 6.1. Основная литература

1. Панкратьев, Е. В. Введение в компьютерную алгебру : учебное пособие / Е. В. Панкратьев. — 4-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2022. — 324 с. — ISBN 978-5-4497-1639-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/120475.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

### 6.2. Дополнительная литература

1. Поднебесова, Г. Б. Абстрактная и компьютерная алгебра : практикум / Г. Б. Поднебесова. — Челябинск : Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016. — 125 с. — ISBN 978-5-906908-47-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/83852.html> (дата обращения: 28.01.2022). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей.

2. Шилин, И. А. Компьютерная алгебра в задачах : учебное пособие / И. А. Шилин. — Москва : Московский педагогический государственный университет, 2018. — 56 с. — ISBN 978-5-4263-0664-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/97733.html> (дата обращения: 28.01.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Царев, А. В. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры : учебное пособие / А. В. Царев, Г. В. Шеина. — Москва : Московский педагогический государственный университет, 2016. — 116 с. — ISBN 978-5-4263-0393-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/72526.html> (дата обращения: 28.01.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

4. Панкратьев Е.В. Элементы компьютерной алгебры [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Панкратьев Е.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2007.— 247 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/15835>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.

## **7. Ресурсы Интернета**

Перечень ресурсов Интернета, необходимых для освоения дисциплины:

1. Электронная библиотечная система IPRbooks. - <http://www.iprbookshop.ru>.
2. База знаний и вычислительная система WolframAlpha. – URL: <http://www.wolframalpha.com>.

## **8. Информационные технологии и программное обеспечение**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости):

1. Система компьютерной алгебры Maple 12.
2. Свободная система компьютерной алгебры Maxima.
3. <https://www.alpertron.com.ar/QUAD.HTM>.

## **9. Материально-техническая база**

Для проведения учебных занятий по дисциплине «Компьютерная алгебра» необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

1. Аудитория с мультимедийной поддержкой для проведения лекционных и практических занятий.
2. Учебная аудитория для проведения практических занятий (компьютерные классы).
3. Аудитория для проведения самостоятельной работы студентов с доступом к сети Интернет.

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Дисциплина «Компьютерная алгебра» относится к вариативной части блока дисциплин. Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Лекционные занятия направлены на формирование глубоких, систематизированных знаний по разделам дисциплины. В ходе лекций преподаватель раскрывает основные, наиболее сложные понятия дисциплины, а также связанные с ними теоретические и практические проблемы, даёт рекомендации по практическому освоению изучаемого материала. В целях качественного освоения лекционного материала обучающимся рекомендуется составлять конспекты лекций, использовать эти конспекты при подготовке к практическим занятиям, промежуточной и итоговой аттестации.

Практические занятия являются формой организации педагогического процесса, направленной на углубление научно-теоретических знаний и овладение методами работы, в процессе которых вырабатываются умения и навыки выполнения учебных действий в сфере изучаемой науки. Практические занятия предполагают детальное изучение обучающимися отдельных теоретических положений учебной дисциплины. В ходе практических занятий формируются умения и навыки практического применения теоретических знаний в конкретных ситуациях путем выполнения поставленных задач, развивается научное мышление и речь, осуществляется контроль учебных достижений обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям необходимо ознакомиться с теоретическим материалом дисциплины по изучаемым темам – разобрать конспекты лекций, изучить литературу, рекомендованную преподавателем. Во время самого занятия рекомендуется активно участвовать в выполнении поставленных заданий, задавать вопросы, принимать участие в дискуссиях, аккуратно и своевременно выполнять контрольные задания.

Контроль за качеством обучения и ходом освоения дисциплины осуществляется на основе рейтинговой системы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов. Рейтинговая система предполагает 100-балльную оценку успеваемости студента по учебной дисциплине в течение семестра, 60 из которых отводится на текущий контроль, а 40 – на промежуточную аттестацию по дисциплине. Критериальная база рейтинговой оценки, типовые контрольные задания, а также методические материалы по их применению описаны в фонде оценочных средств по дисциплине, являющемся приложением к данной программе.

### **11. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Самостоятельная работа обучающихся во внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям, а также изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины. Такая работа может предполагать проработку теоретического материала, работу с научной литературой, выполнение практических заданий, подготовку ко всем видам контрольных испытаний, выполнение творческих работ.

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине представлено в рабочей программе и включает в себя:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- информационно-справочные и образовательные ресурсы Интернета;
- оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Конкретные рекомендации по планированию и проведению самостоятельной работы по дисциплине «Компьютерная алгебра» представлены в методических указаниях для обучающихся, а также в методических материалах фондов оценочных средств.

### **12. Фонд оценочных средств**

Фонд оценочных средств, включающий перечень компетенций с указанием этапов их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания, типовые контрольные задания и методические материалы является приложением к программе учебной дисциплины.