

МИНПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Волгоградский государственный социально-педагогический университет»
Факультет математики, информатики и физики
Кафедра высшей математики и физики

УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной работе
Ю. А. Жадаев
« 29 » август 2021 г.



Группы, кольца и модули

Программа учебной дисциплины

Направление 44.04.01 «Педагогическое образование»

Профиль «Научно-исследовательская деятельность в физико-математическом
образовании»

очная форма обучения

Волгоград
2021

Обсуждена на заседании кафедры высшей математики и физики

«22» 12 2020 г., протокол № 5

Заведующий кафедрой _____

(подпись)

Глазов СЮ
(зав. кафедрой)

«22» 12 2020 г.
(дата)

Рассмотрена и одобрена на заседании учёного совета факультета математики, информатики и физики «16» 02 2021 г., протокол № 5

Председатель учёного совета _____

Семикодская ТК
(подпись)

«16» 02 2021 г.
(дата)

Утверждена на заседании учёного совета ФГБОУ ВО «ВГСПУ»

«29» 03 2021 г., протокол № 6

Отметки о внесении изменений в программу:

Лист изменений № _____
(подпись) (руководитель ОПОП) (дата)

Лист изменений № _____
(подпись) (руководитель ОПОП) (дата)

Лист изменений № _____
(подпись) (руководитель ОПОП) (дата)

Разработчики:

Щучкин Николай Алексеевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и физики ФГБОУ ВО «ВГСПУ».

Программа дисциплины «Группы, кольца и модули» соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование» (утверждён приказом Министерства образования и науки от 22 февраля 2018 г. № 126) и базовому учебному плану по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование» (профиль «Научно-исследовательская деятельность в физико-математическом образовании»), утверждённому Учёным советом ФГБОУ ВО «ВГСПУ» (от 29 марта 2021 г., протокол № 6).

1. Цель освоения дисциплины

Сформировать систематизированные знания по теориям групп, колец и модулей.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Группы, кольца и модули» относится к вариативной части блока дисциплин и является дисциплиной по выбору.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Оптические свойства наноструктур», «Теория решеток и ее приложения».

3. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

– способен использовать современные цифровые технологии в научно-исследовательской деятельности, владеть навыками составления и оформления научно-технической документации, научных отчетов, обзоров, докладов и статей (ПКР-4).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать

- основные разделы теории групп, классические факты, утверждения и методы этой предметной области;
- классические примеры групп;
- основные разделы теории колец, классические факты, утверждения и методы этой предметной области;
- основные разделы теории идеалом в коммутативных кольцах;
- основные разделы теории модулей, классические факты, утверждения и методы этой предметной области;
- классические примеры модулей;

уметь

- использовать знания по теории групп в математической практике;
- представлениями о связи теории абелевых групп с другими алгебраическими системами;
- использовать знания по теории колец в математической практике;
- решать типовые задачи из теории коммутативных колец;
- решать типовые задачи из теории модулей;

владеть

- представлениями о связи теории групп с другими алгебраическими системами;
- классические примеры абелевых групп;
- представлениями о связи теории колец с другими алгебраическими системами;
- навыками решения типовых в теории некоммутативных колец;
- представлениями о связи теории модулей с другими алгебраическими системами.

4. Объём дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		2
Аудиторные занятия (всего)	12	12
В том числе:		
Лекции (Л)	4	4
Практические занятия (ПЗ)	–	–
Лабораторные работы (ЛР)	8	8
Самостоятельная работа	60	60
Контроль	–	–
Вид промежуточной аттестации		–
Общая трудоемкость	часы	72
	зачётные единицы	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1	Группы, подгруппы, гомоморфизмы. Абелевы группы	<p>Различные определения группы. Примеры групп. Ближайшие свойства из определения групп. Подгруппы. Операции над подгруппами. Классы смежности по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальные делители. Операции над нормальными делителями. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Естественный гомоморфизм, Основная теорема о гомоморфизмах групп. Группы подстановок. Знакопеременная группа. Теорема Кэли. Степень и порядок элемента. Свойства степеней и порядка. Циклические подгруппы. Изоморфизм циклических групп. Циклическая подгруппа и фактор-группы циклической группы. Нормализатор подмножества группы. Нормализатор подгруппы и элемента. Свойства нормализатора. Примеры. Классы сопряженных элементов и сопряженных подгрупп, их свойства. Примеры. Теорема о равносильности класса сопряженности и фактор-группы по нормализатору представителя этого класса. Центр группы и подгруппы. Порождающие множества подгруппы и группы. Коммутатор двух элементов группы, его свойства. Коммутант двух подгрупп, его свойства и примеры. Коммутант группы. Теорема о минимальности коммутанта группы среди нормальных подгрупп, фактор-группы по которым абелевы. Полугруппа эндоморфизмов группы. Группы автоморфизмов и внутренних автоморфизмов группы. Нормальность подгруппы внутренних автоморфизмов в группе автоморфизмов. Внешние автоморфизмы. Примеры. Расширение группы с помощью группы автоморфизмов. Голоморф группы. Действие группы на множество. Орбита элемента. Стационарная подгруппа. Теорема о равносильности орбиты.</p>

		<p>Декартово и прямое произведение групп, примеры. Свободные абелевы группы. Признак свободной абелевой группы. Ранг и база абелевой группы. Свойства базы. Свободность подгруппы в свободной абелевой группе. Конечно порожденные абелевы группы, их разложения в прямую сумму бесконечных циклических и примарных циклических групп. Строение конечных абелевых групп. Примеры. Полные абелевы группы. Примеры. Теорема об изоморфизме произвольной абелевой группы и подгруппы полной абелевой группы. Выделение полной абелевой подгруппы в прямое слагаемое абелевой группы. Периодические абелевы группы. Примеры. Первая и вторая теоремы Прюфера элемента и фактор-группы по стационарной подгруппе. Примеры действия группы на множества: сопряжение и левый сдвиг. Определение Силловских подгрупп. Три теоремы Силова. Примеры Силловских подгрупп.</p>
2	<p>Кольца и связанные с ними алгебраические системы. Простые идеалы в коммутативных кольцах. Некоммутативные кольца.</p>	<p>Определения, примеры и простейшие свойства полугрупп, групп, колец, булевых колец, булевых алгебр. Подкольца, гомоморфизмы и идеалы. Простые и максимальные идеалы коммутативного кольца. Свойства. Радикал (Джекобсона) и первичный радикал кольца, их свойства. Полное кольцо частных коммутативного кольца. Кольца частных коммутативных полупервичных колец. Пространства простых идеалов. Примитивные кольца. Радикалы. Вполне приводимые модули. Вполне приводимые кольца. Артиновы и нетеровы кольца. Поднятие идемпотентов. Локальные и полусовершенные кольца</p>
3	<p>Модули, прямые произведения и прямые суммы</p>	<p>Понятие левого (правого) модуля над кольцом. Примеры. Прямое произведение модулей. Прямая (внешняя) сумма модулей, свойства. Классические теоремы об изоморфизмах модулей. Композиционный ряд модуля. Артиновы (нетеровы) модули. Примеры. Основные свойства артиновых (нетеровых) модулей.</p>

5.2. Количество часов и виды учебных занятий по разделам дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего
1	Группы, подгруппы, гомоморфизмы. Абелевы группы	2	–	4	20	26
2	Кольца и связанные с ними алгебраические системы. Простые идеалы в коммутативных кольцах. Некоммутативные кольца.	1	–	2	20	23
3	Модули, прямые произведения и прямые суммы	1	–	2	20	23

6. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

6.1. Основная литература

1. Курош, А.Г. Теория групп. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : Физматлит, 2011. — 808 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59755> — Загл. с экрана..

2. Курош, А.Г. Лекции по общей алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2007. — 560 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/527> — Загл. с экрана.

6.2. Дополнительная литература

1. Винберг, Э.Б. Курс алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — М. : МЦНМО, 2013. — 590 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/56396> — Загл. с экрана.

7. Ресурсы Интернета

Перечень ресурсов Интернета, необходимых для освоения дисциплины:

1. Электронная библиотечная система IPBooks (<http://www.iprbookshop.ru>).

8. Информационные технологии и программное обеспечение

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости):

1. Офисный пакет Open Office.

9. Материально-техническая база

Для проведения учебных занятий по дисциплине «Группы, кольца и модули» необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

1. Аудитория с мультимедийной поддержкой для проведения учебных занятий.

2. Учебная аудитория для проведения практических занятий.

3. Аудитория для проведения самостоятельной работы студентов с доступом к сети Интернет.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина «Группы, кольца и модули» относится к вариативной части блока дисциплин и является дисциплиной по выбору. Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций и проведение лабораторных работ. Промежуточная аттестация проводится в форме .

Лекционные занятия направлены на формирование глубоких, систематизированных знаний по разделам дисциплины. В ходе лекций преподаватель раскрывает основные, наиболее сложные понятия дисциплины, а также связанные с ними теоретические и практические проблемы, даёт рекомендации по практическому освоению изучаемого материала. В целях качественного освоения лекционного материала обучающимся рекомендуется составлять конспекты лекций, использовать эти конспекты при подготовке к практическим занятиям, промежуточной и итоговой аттестации.

Лабораторная работа представляет собой особый вид индивидуальных практических занятий обучающихся, в ходе которых используются теоретические знания на практике,

применяются специальные технические средства, различные инструменты и оборудование. Такие работы призваны углубить профессиональные знания обучающихся, сформировать умения и навыки практической работы в соответствующей отрасли наук. В процессе лабораторной работы обучающийся изучает практическую реализацию тех или иных процессов, сопоставляет полученные результаты с положениями теории, осуществляет интерпретацию результатов работы, оценивает возможность применения полученных знаний на практике.

При подготовке к лабораторным работам следует внимательно ознакомиться с теоретическим материалом по изучаемым темам. Необходимым условием допуска к лабораторным работам, предполагающим использованием специального оборудования и материалов, является освоение правил безопасного поведения при проведении соответствующих работ. В ходе самой работы необходимо строго придерживаться плана работы, предложенного преподавателем, фиксировать промежуточные результаты работы для отчета по лабораторной работе.

Контроль за качеством обучения и ходом освоения дисциплины осуществляется на основе рейтинговой системы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов. Рейтинговая система предполагает 100-балльную оценку успеваемости студента по учебной дисциплине в течение семестра, 60 из которых отводится на текущий контроль, а 40 – на промежуточную аттестацию по дисциплине. Критериальная база рейтинговой оценки, типовые контрольные задания, а также методические материалы по их применению описаны в фонде оценочных средств по дисциплине, являющемся приложением к данной программе.

11. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся является неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства.

Самостоятельная работа обучающихся во внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям, а также изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины. Такая работа может предполагать проработку теоретического материала, работу с научной литературой, выполнение практических заданий, подготовку ко всем видам контрольных испытаний, выполнение творческих работ.

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине представлено в рабочей программе и включает в себя:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- информационно-справочные и образовательные ресурсы Интернета;
- оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Конкретные рекомендации по планированию и проведению самостоятельной работы по дисциплине «Группы, кольца и модули» представлены в методических указаниях для обучающихся, а также в методических материалах фондов оценочных средств.

12. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств, включающий перечень компетенций с указанием этапов их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания, типовые контрольные задания и методические материалы является приложением к программе учебной дисциплины.