

ТЕОРИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Цель освоения дисциплины

Способствовать формированию общекультурных и специальных компетенций будущих педагогов на основе объединения изученных студентами на предыдущем этапе обучения фактов из линейной алгебры, теории групп, колец, линейных пространств, математической логики и других разделов математики, в одну общую теорию, создания универсальной базы для понимания современной проблематики исследований по указанным выше дисциплинам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория алгебраических систем» относится к вариативной части блока дисциплин.

Для освоения дисциплины «Теория алгебраических систем» обучающиеся используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Методология и методы научного исследования», «Современные проблемы науки», «Введение в теорию колец и модулей», «Графы и их приложения», «Исследование операций», «Логические вопросы алгебры», «Преподавание математики в учреждениях профессионального образования», «Проектирование содержания математических дисциплин в профессиональном образовании», «Решетки, связанные с алгебрами», «Теория групп», «Теория решеток», «Элементы топологической алгебры», прохождения практик «Научно-исследовательская работа», «Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (Педагогическая)».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Аксиоматические теории в математике», «Введение в криптографию», «Графы и их приложения», «Исследование операций», «Логические вопросы алгебры», «Основы компьютерной алгебры», «Преподавание математики в учреждениях профессионального образования», «Проектирование содержания математических дисциплин в профессиональном образовании», «Решетки, связанные с алгебрами», «Теория решеток», «Элементы топологической алгебры», прохождения практик «Научно-исследовательская работа», «Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (Педагогическая)».

3. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

- способностью анализировать результаты научных исследований, применять их при решении конкретных научно-исследовательских задач в сфере науки и образования, самостоятельно осуществлять научное исследование (ПК-5);
- способностью проводить самостоятельные научные исследования по одному или нескольким направлениям универсальной алгебры, теории чисел, дискретной математики и их приложениям; внедрять в образовательный процесс полученные результаты собственных исследований или наиболее значимые результаты по направлениям, близким к научным интересам магистранта (СК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать

- основные понятия теории алгебраических систем, понятие алгебры и модели, конгруэнции, фактор-системы, декартова произведения алгебраических систем;
- определения и примеры классических алгебр и их основные свойства;
- понятия языка второй степени, теоремы о сохранении термина при гомоморфизме и значения

формы при изоморфизме, элементарные теории и аксиоматизируемые классы алгебраических систем, признак универсальной аксиоматизируемости класса алгебраических систем;

– основные понятия теории фильтров алгебраических систем, фильтрованных произведений алгебраических систем, структурные характеристики для многообразий и квазимногообразий алгебраических систем;

уметь

– иллюстрировать общие понятия теории алгебраических систем на конкретных алгебраических системах;

– проводить доказательства основных свойств классических алгебр;

– проводить доказательства теорем о сохранении терма при гомоморфизме и значения формулы при изоморфизме;

– проводить доказательства теорем о свойствах фильтров и фильтрованных произведений;

владеть

– конструкциями фактор-системы и декартова произведения алгебраических систем;

– информацией об основных свойствах классических алгебр и свойствах ее применения;

– основными методами проверки изоморфизма систем, построения подсистемы, порожденной данным множеством элементов;

– методами построения фильтрованных произведений для конкретных алгебраических систем.

4. Общая трудоёмкость дисциплины и её распределение

количество зачётных единиц – 12,

общая трудоёмкость дисциплины в часах – 432 ч. (в т. ч. аудиторных часов – 110 ч., СРС – 214 ч.),

распределение по семестрам – 1, 2, 3, 4,

форма и место отчётности – экзамен (1 семестр), зачёт (2 семестр), экзамен (3 семестр), аттестация с оценкой (4 семестр).

5. Краткое содержание дисциплины

Понятие об алгебраической системе. Основные алгебраические конструкции.

Операции и отношения на множестве эквивалентности и частные порядки на множестве.

Понятие об алгебраической системе. Гомоморфизмы систем. Конгруэнции и фактор-системы. Декартовы произведения алгебраических систем.

Классические алгебры.

Синтаксис и семантика. Описание языка второго порядка. Сохранение и терма при гомоморфизма. Строение подсистемы, порожденной данным множеством. Свойства второй ступени. Языки ПИП, УИП, ЧИП. Элементарные теоремы и аксиоматизируемые классы. Универсальные аксиоматизируемые классы. Универсально аксиоматизируемые классы. Теорема Тарского-Лося. Классификация формул. Позитивные и негативные формулы, их свойства.

Языки первой и второй ступени.

Фильтры на множестве и их свойства. Главные и неглавные ультрафильтры. Фильтры Фреше. Ультрафильтры. Фильтрованные произведения алгебраических систем, их свойства. Ультрапроизведение. Локальная теорема языка первой ступени. Теорема компактности. Многообразия и квазимногообразия алгебраических систем (теоремы Биркгофа и Мальцева).

Фильтры и фильтрованные произведения алгебраических систем.

Фильтры на множестве и их свойства. Главные и неглавные ультрафильтры. Фильтры Фреше. Ультрафильтры. Фильтрованные произведения алгебраических систем, их свойства. Ультрапроизведение. Локальная теорема языка первой степени. Теорема компактности. Многообразия и квазимногообразия алгебраических систем (теоремы Биркгофа и Мальцева).

6. Разработчик

Карташов Владимир Константинович, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой алгебры, геометрии и математического анализа ФГБОУ ВО «ВГСПУ».