

# **АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ**

## **1. Цель освоения дисциплины**

Формирование систематизированных знаний в области алгебры и геометрии, необходимых для понимания природы математических объектов.

## **2. Место дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Алгебра и геометрия» относится к вариативной части блока дисциплин. Для освоения дисциплины «Алгебра и геометрия» обучающиеся используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Естественнонаучная картина мира», «Основы математической обработки информации», «Математический анализ и дифференциальные уравнения», «Теория чисел и числовые системы», прохождения практики «Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Естественнонаучная картина мира», «Информационные технологии в образовании», «Абстрактная и компьютерная алгебра», «Дискретная математика», «Исследование операций и методы оптимизации», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Математический анализ и дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Физика», «Численные методы», прохождения практик «Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков», «Практика по получению первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности», «Преддипломная практика».

## **3. Планируемые результаты обучения**

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

- способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3).

**В результате изучения дисциплины обучающийся должен:**

### ***знать***

- основные положения алгебраической теории, а также положения, классические факты, утверждения и методы указанной предметной области;
- основные положения аналитической геометрии;
- основные факты линейной алгебры и многомерной геометрии;

### ***уметь***

- решать типовые задачи в указанной предметной области;

### ***владеть***

- опытом решения систем линейных уравнений;
- аналитико-синтетическим методом поиска пути и решения задач школьного курса геометрии.

## **4. Общая трудоёмкость дисциплины и её распределение**

количество зачётных единиц – 10,

общая трудоёмкость дисциплины в часах – 360 ч. (в т. ч. аудиторных часов – 144 ч., СРС – 108 ч.).

распределение по семестрам – 1, 2, 3,  
форма и место отчётности – аттестация с оценкой (1 семестр), экзамен (2 семестр), экзамен (3 семестр).

## 5. Краткое содержание дисциплины

Матрицы, определители, системы линейных уравнений. Числовые поля.

Матрицы. Способы записи матриц. Сложение и умножение матриц, умножение матрицы на число, транспонирование. Определитель квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Теорема о разложении определителя по строке (столбцу). Системы линейных уравнений. Преобразования систем линейных уравнений приводящие к равносильным системам линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных в системе линейных уравнений. Число решений системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Системы однородных линейных уравнений. Элементарные преобразования матрицы и ее ранг. Теорема об инвариантности ранга матрицы относительно элементарных преобразований. Необходимые и достаточные условия совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Общее решение системы линейных уравнений. Матрица, обратная данной квадратной матрице. Критерий обратимости матрицы. Способы вычисления обратной матрицы. Поле. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Норма и модуль комплексного числа, их свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Корни  $n$ -й степени из 1, их свойства.

Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

Свойства направленных отрезков. Вектор. Произведение действительного числа на вектор. Сложение векторов. Скалярное произведение векторов. Свойства. Аффинная система координат на плоскости. Координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении. Прямоугольная декартова система координат. Скалярное произведение векторов, заданных своими координатами. Расстояние между двумя точками. Полярная система координат. Переход от полярной системы координат к прямоугольной декартовой. Преобразования прямоугольной декартовой системы координат. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Формула расстояния от точки до прямой в прямоугольной декартовой системе координат. Эллипс, гипербола и парабола. Канонические уравнения. Аффинная и прямоугольная декартова система координат в пространстве. Векторное произведение двух векторов. Свойства. Вычисление векторного произведения. Смешанное произведение трех векторов. Свойства. Вычисление смешанного произведения. Различные виды уравнений плоскости. Геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых заданных своими параметрическими уравнениями. Взаимное расположение прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости и прямой, заданных в прямоугольной декартовой системе координат. Понятие поверхности второго порядка. Классификация поверхностей второго порядка по их каноническим уравнениям.

Линейная алгебра и многомерная геометрия. Аффинные и евклидовы пространства.

Линейное пространство над полем. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости и независимости векторов. Максимальная линейно независимая система векторов. Базис линейного пространства. Конечномерные пространства. Существование базиса ненулевого конечномерного линейного пространства. Координаты вектора. Действия над векторами в координатах. Линейная зависимость векторов в координатах. Пространство решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Свойства фундаментальной системы решений системы однородных линейных уравнений. Линейные операторы. Матрица, образ, ядро ранг

и дефект оператора. Собственные значения и собственные векторы оператора. Определение аффинного пространства. Понятие размерности. Аффинный репер. Координаты в аффинном пространстве и формулы их преобразования. Понятие  $k$ -мерной плоскости. Параметрическое и общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Аффинная оболочка плоскостей. Аффинное отображение и аффинное преобразование. Теорема существования и единственности. Свойства аффинных преобразований. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы. Формулы аффинного преобразования. Евклидово пространство. Ортонормированный репер. Расстояние от точки до  $k$ -плоскости. Движение и его свойства. Формулы движения. Теорема существования и единственности движения. Группа движений и ее подгруппы. Неподвижные точки движения. Классификация движений. Квадратичные формы и квадрики.

## **6. Разработчик**

Астахова Наталья Александровна, доцент кафедры алгебры, геометрии и математического анализа ФГБОУ ВО "ВГСПУ",  
Расстригин Александр Леонидович, доцент кафедры алгебры, геометрии и математического анализа ФГБОУ ВО "ВГСПУ".