

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Цель освоения дисциплины

Формирование систематизированных знаний по теории вариационного исчисления.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Вариационное исчисление» относится к вариативной части блока дисциплин и является дисциплиной по выбору.

Для освоения дисциплины «Вариационное исчисление» обучающиеся используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Алгебра», «Алгебраические системы», «Вводный курс математики», «Геометрия», «Дискретная математика», «Дифференциальные уравнения», «Дополнительные главы математического анализа», «Исследование операций», «История математики», «Компьютерная алгебра», «Математическая логика», «Математический анализ», «Руководство исследовательской работой обучающихся в области математики», «Теория алгоритмов», «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного», «Теория чисел», «Универсальная алгебра», «Числовые системы».

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Алгебраические системы», «Дополнительные главы математического анализа», «Универсальная алгебра», прохождения практики «Преддипломная практика».

3. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

– владением математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов; основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом (СК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать

- основные определения и теоремы, классические задачи вариационного исчисления, различные типы решений и способы их получения;
- основные формулировки задач с подвижными границами и необходимые для их решения теоремы, различные типы решений и способы их получения;
- основные определения экстремумов и условия их существования, различные типы задач, их методы решений и способы их получения этих решений;

уметь

- решать простейшие задачи вариационного исчисления, выбирая метод решения;
- решать задачи вариационного исчисления с подвижными границами, выбирая метод решения;
- решать задачи вариационного исчисления на условный экстремум, выбирая метод решения;

владеть

- опытом построения математических моделей для различных практических задач;
- опытом построения математических моделей для различных практических задач вариационного исчисления с подвижными границами;

– опытом построения математических моделей для различных практических задач на экстремум вариационного исчисления.

4. Общая трудоёмкость дисциплины и её распределение

количество зачётных единиц – 6,

общая трудоёмкость дисциплины в часах – 216 ч. (в т. ч. аудиторных часов – 28 ч., СРС – 180 ч.),

распределение по семестрам – 5 курс, зима, 5 курс, лето,

форма и место отчётности – зачёт (5 курс, зима), аттестация с оценкой (5 курс, лето).

5. Краткое содержание дисциплины

Классические задачи вариационного исчисления.

Функционал. Вариация и ее свойства. Основная лемма вариационного исчисления.

Глобальные и локальные экстремумы, условия существования экстремума. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления с неподвижными границами. Уравнение Эйлера, его обобщение и частные случаи.

Простейшие задачи вариационного исчисления с подвижными границами.

Задачи с подвижными концами: основная формула для вариации функционала для задачи со свободными концами, решение задачи со свободными концами. Задачи с подвижными границами: вариация функционала, условия трансверсальности. Экстремали с угловыми точками: задача об отражении экстремалей и преломлении экстремалей.

Задачи на условный экстремум. Достаточные условия экстремума.

Постановка задачи на условный экстремум. Основные типы задач на условный экстремум.

Задача Лагранжа, необходимые условия существования экстремума. Необходимые условия в изопериметрической задаче, задача Дидоны, понятие двойственности изопериметрической задачи. Задачи Больца и Майера. Классификация вариационных задач по типу целевого функционала. Слабый экстремум: квадратичный функционал, условие Лежандра, достаточные условия слабого минимума. Условие Якоби, поле экстремалей, наклон поля экстремалей. Инвариантный интеграл Гильберта. Сильный экстремум. Функция Вейерштрасса, усиленное, условие Лежандра.

6. Разработчик

Маглеванный Илья Иванович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры, геометрии и математического анализа ФГБОУ ВО "ВГСПУ".