

ТЕОРИЯ ГРУПП

1. Цель освоения дисциплины

Сформировать систематизированные знания по теории теории групп.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория групп» относится к вариативной части блока дисциплин и является дисциплиной по выбору.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Аксиоматические теории в математике», «Введение в криптографию», «Графы и их приложения», «Исследование операций», «Логические вопросы алгебры», «Основы компьютерной алгебры», «Преподавание математики в учреждениях профессионального образования», «Проектирование содержания математических дисциплин в профессиональном образовании», «Теория алгебраических систем», «Теория решеток», прохождения практик «Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (Педагогическая)», «Преддипломная практика».

3. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины выпускник должен обладать следующими компетенциями:

- готовностью использовать индивидуальные креативные способности для самостоятельного решения исследовательских задач (ПК-6);
- способностью проводить самостоятельные научные исследования по одному или нескольким направлениям универсальной алгебры, теории чисел, дискретной математики и их приложениям; внедрять в образовательный процесс полученные результаты собственных исследований или наиболее значимые результаты по направлениям, близким к научным интересам магистранта (СК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать

- основные разделы теории групп, классические факты, утверждения и методы этой предметной области;
- классические примеры групп;
- основные разделы теории абелевых групп, классические факты, утверждения и методы этой предметной области;
- классические примеры абелевых групп;

уметь

- использовать знания по теории групп в математической практике;
- решать типовые задачи из теории абелевых групп;

владеть

- представлениями о связи теории групп с другими алгебраическими системами;
- представлениями о связи теории абелевых групп с другими алгебраическими системами.

4. Общая трудоёмкость дисциплины и её распределение

количество зачётных единиц – 4,

общая трудоёмкость дисциплины в часах – 144 ч. (в т. ч. аудиторных часов – 30 ч., СРС – 114 ч.),

распределение по семестрам – 1,
форма и место отчётности – аттестация с оценкой (1 семестр).

5. Краткое содержание дисциплины

Группы, подгруппы, гомоморфизмы.

Различные определения группы. Примеры групп. Ближайшие свойства из определения группы. Подгруппы. Операции над подгруппами. Классы смежности по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальные делители. Операции над нормальными делителями. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Ядро и образ гомоморфизма. Естественный гомоморфизм, Основная теорема о гомоморфизмах групп. Группы подстановок. Знакопеременная группа. Теорема Кэли. Степень и порядок элемента. Свойства степеней и порядка. Циклические подгруппы. Изоморфизм циклических групп. Цикличность подгруппы и фактор-группы циклической группы. Нормализатор подмножества группы. Нормализатор подгруппы и элемента. Свойства нормализатора. Примеры. Классы сопряженных элементов и сопряженных подгрупп, их свойства. Примеры. Теорема о равносильности класса сопряженности и фактор-группы по нормализатору представителя этого класса. Центр группы и подгруппы. Порождающие множества подгруппы и группы. Коммутатор двух элементов группы, его свойства. Коммутант двух подгрупп, его свойства и примеры. Коммутант группы. Теорема о минимальности коммутанта группы среди нормальных подгрупп, фактор-группы по которым абелевы. Полугруппа эндоморфизмов группы. Группы автоморфизмов и внутренних автоморфизмов группы. Нормальность подгруппы внутренних автоморфизмов в группе автоморфизмов. Внешние автоморфизмы. Примеры. Расширение группы с помощью группы автоморфизмов. Голоморф группы. Действие группы на множество. Орбита элемента. Стационарная подгруппа. Теорема о равносильности орбиты элемента и фактор-группы по стационарной подгруппе. Примеры действия группы на множества: сопряжение и левый сдвиг. Определение Силовских подгрупп. Три теоремы Силова. Примеры Силовских подгрупп.

Абелевы группы.

Декартово и прямое произведение групп, примеры. Свободные абелевы группы. Признак свободной абелевой группы. Ранг и база абелевой группы. Свойства базы. Свободность подгруппы в свободной абелевой группе. Конечно порожденные абелевы группы, их разложения в прямую сумму бесконечных циклических и примарных циклических групп. Строение конечных абелевых групп. Примеры. Полные абелевы группы. Примеры. Теорема об изоморфизме произвольной абелевой группы и подгруппы полной абелевой группы. Выделение полной абелевой подгруппы в прямое слагаемое абелевой группы. Периодические абелевы группы. Примеры. Первая и вторая теоремы Прюфера

6. Разработчик

Щучкин Николай Алексеевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры, геометрии и математического анализа ФГБОУ ВО «ВГСПУ».